



Konkurs dla szkół ponadgimnazjalnych
Etap szkolny
9 grudnia 2016 roku

Instrukcja dla ucznia

1. W zadaniach o numerach od 1. do 12. są podane cztery warianty odpowiedzi: A, B, C, D. Dokładnie jeden z nich jest poprawny. Odpowiedzi do tych zadań wpisz na załączonej karcie odpowiedzi.
2. W czasie konkursu nie wolno używać kalkulatora ani tablic ze wzorami.
3. Czas przeznaczony na rozwiązanie zadań wynosi 120 minut.
4. Możesz uzyskać maksymalnie 50 punktów.

Życzymy powodzenia
Organizatorzy

Zadania zamknięte

Zadanie 1 (2pkt.). Liczba $\sqrt{7-4\sqrt{3}}$ jest równa

- A. $\frac{1}{2-\sqrt{3}}$; B. $2+\sqrt{3}$; C. $\sqrt{3}-2$; D. $\frac{1}{2+\sqrt{3}}$.

Zadanie 2 (2pkt.). Liczby x i y są dodatnie. Najmniejsza wartość wyrażenia $\frac{(x+y)^2}{xy}$ jest równa

- A. 2; B. 4; C. 6; D. 8.

Zadanie 3 (2pkt.). Suma odwrotności pierwiastków równania $(x+2)(3x^2+5x-17)=0$ jest równa

- A. $\frac{27}{34}$; B. $\frac{17}{34}$; C. $\frac{7}{34}$; D. $-\frac{7}{34}$.

Zadanie 4 (2pkt.). Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = \log_{\frac{1}{3}}(x+3)^2$. Wtedy

- A. osią symetrii wykresu funkcji f jest prosta o równaniu $x=3$;
B. osią symetrii wykresu funkcji f jest prosta o równaniu $x=-3$;
C. Wykres funkcji f nie ma osi symetrii;
D. punkt $(-3,0)$ jest środkiem symetrii wykresu funkcji f .

Zadanie 5 (2pkt.). Na pewnej płaszczyźnie odległość punktów A i B jest równa 5. Liczba wszystkich punktów tej płaszczyzny odległych od jednego z tych punktów o 2, a od drugiego o 6 jest równa

- A. 2; B. 3; C. 5; D. 6.

Zadanie 6 (2pkt.). Suma wszystkich wyrazów nieskończonego ciągu geometrycznego jest równa $S > 0$. Drugi wyraz tego ciągu jest równy 2. Najmniejsza możliwa wartość S jest równa

- A. 6; B. 7; C. 8; D. 9.

Zadanie 7 (2pkt.). Funkcja $f(x) = \frac{3x+2}{x-1}$ nie przyjmuje wartości

- A. -1 ; B. 1; C. 2; D. 3.

Zadanie 8 (2pkt.). Równanie $\sin\left(\frac{\pi}{4}x\right) = 2x^2 - 8x + 9$ ma

- A. 5 rozwiązań; B. 3 rozwiązania; C. 1 rozwiązanie; D. 0 rozwiązań.

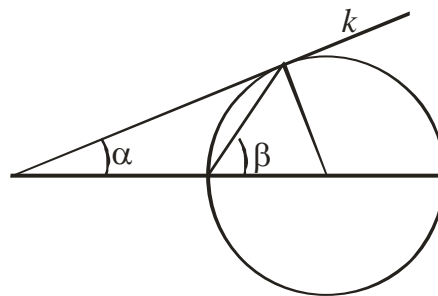
Zadanie 9 (2pkt.). Niech $W(x)$ będzie wielomianem stopnia trzeciego takim, że $W(0) = -5$, $W(1) = -10$ i $W(-1) = -15$. Wtedy $W(2) + W(-2) =$

- A. -40 ; B. -50 ; C. -60 ; D. -70 .

Zadanie 10 (2pkt.). Prosta k jest styczna do okręgu (tak jak na rysunku). Wiadomo, że $\sin \alpha = \frac{3}{5}$.

Wtedy $\sin \beta =$

- A. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$; B. $\frac{4}{5}$; C. $\frac{3\sqrt{5}}{5}$; D. $\frac{11}{15}$.



Zadanie 11 (2pkt.). Wierzchołki trójkąta prostokątnego EFD leżą na różnych bokach trójkąta prostokątnego ABC . Wierzchołek D kąta prostego w trójkącie EFD jest środkiem przeciwprostokątnej AB , a wierzchołek E leży na boku AC . Jeśli $|AE| = 4$ i $|BF| = 3$, to $|EF| =$

- A. $\sqrt{19}$; B. $\sqrt{23}$; C. $\sqrt{24}$; D. 5.

Zadanie 12 (2pkt.). W czworościanie $ABCD$ dane są $|AB| = 25$, $|AC| = |AD| = 15$, $CD = 12\sqrt{2}$, $|BC| = |BD| = 20$. Objętość tego czworościanu jest równa

- A. $250\sqrt{5}$; B. 600; C. $375\sqrt{3}$; D. $600\sqrt{2}$.

Zadania otwarte

Zadanie 13 (5 pkt.). Wyznacz wszystkie liczby czterocyfrowe, które powiększone o liczbę utworzoną z tych samych cyfr, ale zapisanych w odwrotnej kolejności są równe 3443.

Zadanie 14 (7 pkt.). Rozwiąż równanie $x^3 + kx^2 + lx + 8 = 0$, jeśli wiadomo, że rozwiązaniami są trzy liczby całkowite tworzące ciąg arytmetyczny. Wyznacz k i l .

Zadanie 15 (7 pkt.). Na trójkącie ostrokątnym ABC opisano okrąg. Niech D , będzie takim punktem tego okręgu, że odcinek AD jest średnicą tego okręgu. Prosta styczna do tego okręgu w punkcie D przecina prostą AB w punkcie E , a prostą AC w punkcie F . Wiedząc, że $|AB| = 6$, $|AC| = 9$ i $|BE| = 12$, oblicz długość odcinka CF .

Zadanie 16 (7 pkt.). W szklaną kulę o średnicy długości 10cm należy wtopić dwie kule wykonane z jednorodnego materiału o ciężarze właściwym większym od ciężaru właściwego szkła, tak aby miały dokładnie jeden punkt wspólny i suma długości ich średnic była równa długości średnicy szklanej kuli. Jakiej długości promienie powinny mieć wtopione kule, aby ciężar kuli szklanej wraz z wtopionymi kulami był najmniejszy? Oblicz objętość wtopionych kul, dla których ten ciężar jest najmniejszy.

Karta odpowiedzi

Podpisz kartę odpowiedzi.

Imię.....

Nazwisko.....

Szkoła.....

Miejscowość.....

Instrukcja do karty odpowiedzi

Odpowiedzi do zadań zamkniętych (**A**, **B**, **C** lub **D**) wpisz tylko do poniższej tabeli w pierwszym wierszu pod numerem odpowiedniego zadania. Jeśli się pomyliłeś, to przekreśl błędną odpowiedź i napisz poprawną odpowiedź w wierszu poniżej.

Np. Jeśli pomyliłeś się pisząc

25.
A

to możesz dokonać poprawki

25.
A
C

Każdą z odpowiedzi możesz poprawić tylko jeden raz.

Życzymy powodzenia.

Karta odpowiedzi

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.