



**MATEMATYKA
MOJA PASJA**



Konkurs dla szkół ponadgimnazjalnych Etap szkolny 5 grudnia 2014 roku

Instrukcja dla ucznia

1. W zadaniach o numerach od 1. do 12. są podane cztery warianty odpowiedzi: A, B, C, D. Dokładnie jeden z nich jest poprawny. Odpowiedzi do tych zadań wpisz na załączonej karcie odpowiedzi.
2. W czasie konkursu nie wolno używać kalkulatora ani tablic ze wzorami.
3. Czas przeznaczony na rozwiązanie zadań wynosi 120 minut.
4. Możesz uzyskać maksymalnie 50 punktów.

Życzymy powodzenia
Organizatorzy

Zadania zamknięte

Zadanie 1 (2pkt.). Liczba $\frac{\sqrt{7-4\sqrt{3}} + \sqrt{7+4\sqrt{3}}}{\sqrt{7+4\sqrt{3}} - \sqrt{7-4\sqrt{3}}}$ jest równa

- A. $\sqrt{3}$; B. $2\sqrt{3}$; C. $\frac{2\sqrt{3}}{2}$; D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Zadanie 2 (2pkt.). Wiadomo, że $ab = xy = 28$ oraz $1 < a < x < 28$. Wynika stąd, że

- A. $y < 28$ i $y < b$; B. $y > 28$ i $y < b$; C. $y < 28$ i $y > b$; D. $y > 28$ i $y > b$.

Zadanie 3 (2pkt.). Suma kwadratów pierwiastków rzeczywistych następującego równania kwadratowego jest równa $\frac{1}{4}$,

- A. $2x^2 + 3x + 2 = 0$; B. $2x^2 - 3x - 2 = 0$;
C. $8x^2 - 2x + 0,75 = 0$; D. $8x^2 - 2x - 0,75 = 0$.

Zadanie 4 (2pkt.). Niech $t = \log_x y + \log_y x$, gdzie $x, y > 1$. Część całkowita liczby t (tzn. największa liczba całkowita nieprzekraczająca liczby t) może być równa

- A. -1 ; B. 0 ; C. 1 ; D. 2 .

Zadanie 5 (2pkt.). Kąty α i β pewnego trójkąta spełniają warunki $\sin(2\alpha - \beta) = 1$ i $\cos(\alpha + \beta) = 0$. Wtedy miara trzeciego kąta jest równa

- A. 30° ; B. 45° ; C. 60° ; D. 90° .

Zadanie 6 (2pkt.). Liczba wszystkich liczb dwucyfrowych \overline{ab} , dla których punkt o współrzędnych $(b, 2a)$ leży na wykresie funkcji $f(x) = ax - 5b$, jest równa

- A. 0 ; B. 1 ; C. 2 ; D. 3 .

Zadanie 7 (2pkt.). Wiadomo, że $x^4 + \frac{1}{x^4} = 7$. Wtedy $x^6 + \frac{1}{x^6} =$

- A. 18 ; B. 24 ; C. 28 ; D. 34 .

Zadanie 8 (2pkt.). Funkcja f , nierówna tożsamościowo 0 , której dziedziną jest zbiór wszystkich liczb rzeczywistych spełnia, dla każdych liczb x i y warunek:

$$f(x)f(y) = f(x - y). \text{ Wynika stąd, że } f(2014^{2015}) =$$

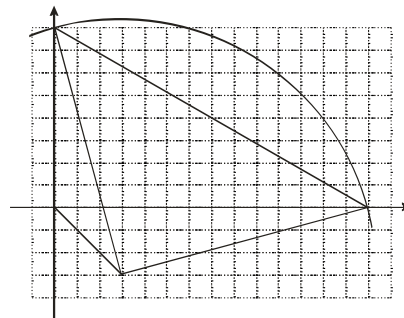
- A. 1 ; B. 2 ; C. 2014 ; D. 2015 .

Zadanie 9 (2pkt.). Dla dowolnej liczby całkowitej dodatniej n liczba rozwiązań równania $\cos^{2n} x - \sin^{2n} x = 1$ w przedziale $[0, 200\pi]$ jest równa

- A. 100 ; B. 101 ; C. 200 ; D. 201 .

Zadanie 10 (2pkt.). Pole części koła o środku w punkcie $(3,-3)$ i promieniu $\sqrt{130}$, leżącej w I ćwiartce układu współrzędnych, jest równe

- A. $\frac{65\pi - 18}{2}$; B. $\frac{65\pi - 9}{2}$; C. $\frac{65\pi - 6}{2}$; D. $\frac{65}{2}\pi$.



Zadanie 11 (2pkt.). Boki AB i AC trójkąta ABC są odpowiednio równe 2 i 4. Trzeci bok ma taką samą długość jak środkowa k poprowadzona na ten bok. Długość k jest równa

- A. $1 + \sqrt{2}$; B. $1 + \sqrt{3}$; C. $2\sqrt{2}$; D. $2\sqrt{3}$.

Zadanie 12 (2pkt.). Półkula o promieniu $\sqrt{2}$ leży na podstawie ostrosłupa prawidłowego czworokątnego i jest styczna do każdej jego ściany bocznej. Jeśli wysokość ostrosłupa jest równa $3\sqrt{2}$, to pole podstawy ostrosłupa jest równe

- A. 6; B. 9; C. 12; D. 15.

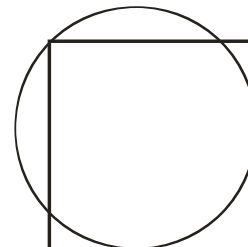
Zadania otwarte

Zadanie 13 (7 pkt.). Na osi liczbowej są dokładnie trzy liczby x takie, że liczba $|4x + 5|$ jest oddalona o 6 od pewnej ustalonej liczby k . Wyznacz wszystkie liczby x spełniające ten warunek oraz wyznacz liczbę k .

Zadanie 14 (6 pkt.). Rozwiąż układ równań:

$$\begin{cases} 2xy + 3 = 19x^2 \\ y = 3x^2 + 1 \end{cases}$$

Zadanie 15 (6 pkt.). Jeden z wierzchołków kwadratu leży na brzegu koła, a dwa boki tego kwadratu są styczne do tego samego koła (patrz rysunek). Wyznacz stosunek pola koła do pola kwadratu.



Zadanie 16 (7 pkt.). Podstawą ostrosłupa $ABCDE$, jest kwadrat $ABCD$ o boku 4. Pola ścian ABE i DCE są odpowiednio równe 30 i 26. Oblicz objętość ostrosłupa $ABCDE$.

Karta odpowiedzi

Podpisz kartę odpowiedzi.

Imię.....

Nazwisko.....

Szkoła.....

Miejscowość.....

Instrukcja do karty odpowiedzi

Odpowiedzi do zadań zamkniętych (**A**, **B**, **C** lub **D**) wpisz tylko do poniższej tabeli w pierwszym wierszu pod numerem odpowiedniego zadania. Jeśli się pomyliłeś, to przekreśl błędną odpowiedź i napisz poprawną odpowiedź w wierszu poniżej.

Np. Jeśli pomyliłeś się pisząc

25.
A

to możesz dokonać poprawki

25.
A
C

Każdą z odpowiedzi możesz poprawić tylko jeden raz.

Życzymy powodzenia.

Karta odpowiedzi

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.