



**MATEMATYKA
MOJA PASJA**



ERICPOL
I-EVOLUTION



Konkurs dla szkół ponadgimnazjalnych

Finał cz. II

2 lutego 2016 roku

Instrukcja dla ucznia

1. Rozwiązania zadań zapisz na kartkach formatu A4, na jednej karcie rozwiązanie jednego zadania.
2. W czasie konkursu nie wolno używać kalkulatora ani tablic ze wzorami.
3. Czas przeznaczony na rozwiązanie zadań wynosi 120 minut.

Życzymy powodzenia
Organizatorzy

Zadanie 1. Bonifacy, który urodził się u schyłku XVI w., doczekał się właśnie trzeciego wnuka (urodzonego w XVII w.). Wiek Bonifacego jest o 42 większy od sumy cyfr roku urodzenia tego wnuka i trzy razy większy od sumy cyfr roku urodzenia Bonifacego. W którym roku urodził się Bonifacy, a w którym jego trzeci wnuk?

Zadanie 2. W trójkącie ABC długość boku AB jest równa 4, miara kąta $\angle BAC$ jest równa 45° oraz tangens kąta przy wierzchołku B jest równy 2. Kwadrat o polu 9, którego jeden z boków całkowicie leży na boku AB trójkąta przesuwamy wzdłuż boku AB . W jakiej odległości od wierzchołka A należy umieścić najbliższy mu wierzchołek kwadratu, aby pole części wspólnej trójkąta i kwadratu było największe?

Zadanie 3. W trójkącie ABC dane są: wierzchołek $A(8, -2)$, równanie symetralnej boku AB : $x + y - 12 = 0$ oraz równanie prostej $x - 3y - 2 = 0$, na której leży dwusieczna kąta wewnętrznego $\angle ABC$ tego trójkąta. Wyznacz współrzędne pozostałych wierzchołków tego trójkąta, jeśli wiadomo, że wierzchołek C leży na osi OY .

Zadanie 4. W ciągu arytmetycznym wyraz pierwszy jest równy 2016, a różnica tego ciągu jest równa 11. Każdą liczbę będącą wyrazem tego ciągu zamieniamy na sumę cyfr tej liczby. Jeśli otrzymana liczba nie jest jednocyfrowa, to ponownie zamieniamy ją na sumę jej cyfr. Postępujemy tak, aż otrzymamy liczbę jednocyfrową. Oznaczmy n -ty wyraz tak otrzymanego ciągu przez a_n . Oblicz sumę $a_1 + a_2 + \dots + a_{100}$.

Zadanie 5. Punkt P jest tak położony wewnątrz czworokąta wypukłego $ABCD$, że $\angle ABP$ i $\angle PCD$ są kątami prostymi. Punkt Q leży na środku boku AD i spodek wysokości trójkąta BQC jest środkiem odcinka BC . Wykaż, że trójkąty APB i DPC są podobne.