



**MATEMATYKA  
MOJA PASJA**



**ERICPOL**  
I-EVOLUTION



## **Konkurs dla szkół ponadgimnazjalnych**

### **Finał cz. II**

2 lutego 2016 roku

#### **Instrukcja dla ucznia**

1. Rozwiązania zadań zapisz na kartkach formatu A4, na jednej karcie rozwiązanie jednego zadania.
2. W czasie konkursu nie wolno używać kalkulatora ani tablic ze wzorami.
3. Czas przeznaczony na rozwiązanie zadań wynosi 120 minut.

Życzymy powodzenia  
Organizatorzy

**Zadanie 1.** Bonifacy, który urodził się u schyłku XVI w., doczekał się właśnie trzeciego wnuka (urodzonego w XVII w.). Wiek Bonifacego jest o 42 większy od sumy cyfr roku urodzenia tego wnuka i trzy razy większy od sumy cyfr roku urodzenia Bonifacego. W którym roku urodził się Bonifacy, a wtórym jego trzeci wnuk?

**Zadanie 2.** W trójkącie  $ABC$  długość boku  $AB$  jest równa 4, miara kąta  $\angle BAC$  jest równa  $45^\circ$  oraz tangens kąta przy wierzchołku  $B$  jest równy 2. Kwadrat o polu 9, którego jeden z boków całkowicie leży na boku  $AB$  trójkąta przesuwamy wzdłuż boku  $AB$ . W jakiej odległości od wierzchołka  $A$  należy umieścić najbliższy mu wierzchołek kwadratu, aby pole części wspólnej trójkąta i kwadratu było największe?

**Zadanie 3.** W trójkącie  $ABC$  dane są: wierzchołek  $A(8, -2)$ , równanie symetralnej boku  $AB$ :  $x + y - 12 = 0$  oraz równanie prostej  $x - 3y - 2 = 0$ , na której leży dwusieczna kąta wewnętrznego  $\angle ABC$  tego trójkąta. Wyznacz współrzędne pozostałych wierzchołków tego trójkąta, jeśli wiadomo, że wierzchołek  $C$  leży na osi  $OY$ .

**Zadanie 4.** W ciągu arytmetycznym wyraz pierwszy jest równy 2016, a różnica tego ciągu jest równa 11. Każdą liczbę będącą wyrazem tego ciągu zamieniamy na sumę cyfr tej liczby. Jeśli otrzymana liczba nie jest jednocyfrowa, to ponownie zamieniamy ją na sumę jej cyfr. Postępujemy tak, aż otrzymamy liczbę jednocyfrową. Oznaczmy  $n$ -ty wyraz tak otrzymanego ciągu przez  $a_n$ . Oblicz sumę  $a_1 + a_2 + \dots + a_{100}$ .

**Zadanie 5.** Punkt  $P$  jest tak położony wewnątrz czworokąta wypukłego  $ABCD$ , że  $\angle ABP$  i  $\angle PCD$  są kątami prostymi. Punkt  $Q$  leży na środku boku  $AD$  i spodek wysokości trójkąta  $BQC$  jest środkiem odcinka  $BC$ . Wykaż, że trójkąty  $APB$  i  $DPC$  są podobne.