



**MATEMATYKA
MOJA PASJA**



**Konkurs dla szkół ponadgimnazjalnych
Finał cz. II
6 luty 2013 roku**

Instrukcja dla ucznia

1. Rozwiązania zadań zapisz na kartkach formatu A4, na jednej karcie rozwiązanie jednego zadania.
2. W czasie konkursu nie wolno używać kalkulatora ani tablic ze wzorami.
3. Czas przeznaczony na rozwiązanie zadań wynosi 120 minut.

Życzymy powodzenia
Organizatorzy

Zadanie 1. Dana jest funkcja

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{dla } x \leq -1 \\ x+2 & \text{dla } -1 < x \leq 0. \\ 2 & \text{dla } 0 < x \end{cases}$$

Rozwiąż nierówność $f(x+1) < f(x)+1$.

Zadanie 2. Dla jakich wartości parametru k równanie $x^4 - (2k+3)x^2 + k^2 + 2k + 1 = 0$ ma rozwiązania, które mogą być kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego?

Zadanie 3. Do stojącego na poziomej powierzchni naczynia w kształcie walca wrzucono dwie kulki, których suma objętości jest równa $\frac{64}{3}\pi$, a iloczyn długości promieni jest równy sumie tych długości. Wyznacz średnicę naczynia, jeśli wiadomo, że różnica odległości środków tych kulek od dna naczynia jest równa $2\sqrt{3}$.

Zadanie 4. Jan pomyślał liczbę trzycyfrową zapisaną za pomocą trzech różnych cyfr a, b, c , wśród których nie ma cyfry równej 0. Następnie utworzył pięć pozostałych liczb trzycyfrowych utworzonych z cyfr a, b, c i po policzeniu ich sumy (tych pięciu nowoutworzonych liczb) okazało się, że otrzymał 1209. Wynik podał Pawłowi, który po chwili zastanowienia powiedział zdumionemu Janowi, jaką liczbę pomyślał. Podaj liczbę jaką pomyślał Jan i zapisz pełne rozwiązanie zadania.

Zadanie 5. *Okręgiem dopisanym do trójkąta nazywamy okrąg styczny do jednego z boków trójkąta i do przedłużeń dwóch pozostałych boków. Okrąg o środku D , jest okręgiem dopisanym do trójkąta ABC i ma dokładnie jeden punkt wspólny z bokiem AC . Oblicz odległość punktu D od wierzchołka B trójkąta, jeśli $|AB| = 7, |BC| = 6, |AC| = 8$.*