



**MATEMATYKA  
MOJA PASJA**



**Konkurs dla szkół ponadgimnazjalnych  
Finał cz. II  
6 luty 2013 roku**

**Instrukcja dla ucznia**

1. Rozwiązania zadań zapisz na kartkach formatu A4, na jednej karcie rozwiązanie jednego zadania.
2. W czasie konkursu nie wolno używać kalkulatora ani tablic ze wzorami.
3. Czas przeznaczony na rozwiązanie zadań wynosi 120 minut.

Życzymy powodzenia  
Organizatorzy

**Zadanie 1.** Dana jest funkcja

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{dla } x \leq -1 \\ x+2 & \text{dla } -1 < x \leq 0. \\ 2 & \text{dla } 0 < x \end{cases}$$

Rozwiąż nierówność  $f(x+1) < f(x)+1$ .

**Zadanie 2.** Dla jakich wartości parametru  $k$  równanie  $x^4 - (2k+3)x^2 + k^2 + 2k + 1 = 0$  ma rozwiązania, które mogą być kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego?

**Zadanie 3.** Do stojącego na poziomej powierzchni naczynia w kształcie walca wrzucono dwie kulki, których suma objętości jest równa  $\frac{64}{3}\pi$ , a iloczyn długości promieni jest równy sumie tych długości. Wyznacz średnicę naczynia, jeśli wiadomo, że różnica odległości środków tych kulek od dna naczynia jest równa  $2\sqrt{3}$ .

**Zadanie 4.** Jan pomyślał liczbę trzycyfrową zapisaną za pomocą trzech różnych cyfr  $a, b, c$ , wśród których nie ma cyfry równej 0. Następnie utworzył pięć pozostałych liczb trzycyfrowych utworzonych z cyfr  $a, b, c$  i po policzeniu ich sumy (tych pięciu nowoutworzonych liczb) okazało się, że otrzymał 1209. Wynik podał Pawłowi, który po chwili zastanowienia powiedział zdumionemu Janowi, jaką liczbę pomyślał. Podaj liczbę jaką pomyślał Jan i zapisz pełne rozwiązanie zadania.

**Zadanie 5.** *Okręgiem dopisanym do trójkąta nazywamy okrąg styczny do jednego z boków trójkąta i do przedłużeń dwóch pozostałych boków. Okrąg o środku  $D$ , jest okręgiem dopisanym do trójkąta  $ABC$  i ma dokładnie jeden punkt wspólny z bokiem  $AC$ . Oblicz odległość punktu  $D$  od wierzchołka  $B$  trójkąta, jeśli  $|AB| = 7, |BC| = 6, |AC| = 8$ .*