



Konkurs dla szkół ponadgimnazjalnych
Final część II
14 lutego 2012 roku

Instrukcja dla ucznia

1. Arkusz zawiera 5 zadań.
2. Rozwiązanie każdego z zamieszczonych zadań powinno zajmować jedną, oddzielną kartkę formatu A4.
3. W czasie konkursu nie wolno używać kalkulatora ani tablic z wzorami.
4. Czas przeznaczony na rozwiązanie zadań wynosi 120 minut.

Życzymy powodzenia
Organizatorzy



Zadania otwarte

Zadanie 1. Funkcja $f : \langle -6, 6 \rangle \rightarrow R$ jest funkcją rosnącą w przedziale $\langle -6, 0 \rangle$. Wykres tej funkcji jest symetryczny względem osi OY . Rozwiąż nierówność $f(x) > f(2x - 2)$.

Zadanie 2. Dla jakich wartości parametru a wielomian $(x - a)(x - 2012) + 1$ jest iloczynem dwóch (niekoniecznie różnych) wielomianów stopnia pierwszego o współczynnikach całkowitych?

Zadanie 3. Dla jakich wartości parametru k częścią wspólną kół opisanych nierównościami $(x - 1)^2 + (y - 3)^2 \leq 25$, $(x - 7)^2 + y^2 \leq 22$ i $(x - 2k - 4)^2 + (y - 4k - 1)^2 \leq 1$ jest koło?

Zadanie 4. Do ponumerowania stron książki użyto 3 razy tyle cyfr ile jest stron. Ile stron ma ta książka? Możesz przyjąć, że książka nie może mieć więcej niż 2000 stron.

Zadanie 5. Niech k będzie dwusieczną kąta zewnętrznego przy wierzchołku C trójkąta ABC . Punkt X leży na boku AB i $|AX| = 2|BX|$. Prosta równoległa do k i przechodząca przez X , przecina bok AC w punkcie D . Wyznacz długość odcinka DC , wiedząc $|AC| = b$ i $|BC| = a$, gdzie $b > a$.