Konkurs dla szkół ponadgimnazjalnych
Finał Cz. I
5 lutego 2014 roku

Instrukcja dla ucznia

1. W zadaniach o numerach od 1. do 15. są podane cztery warianty odpowiedzi: A, B, C, D. Dokładnie jeden z nich jest poprawny. Odpowiedzi do tych zadań wpisz na załączonej karcie odpowiedzi.
2. W czasie konkursu nie wolno używać kalkulatora ani tablic ze wzorami.
3. Czas przeznaczony na rozwiązanie zadań wynosi 90 minut.
4. Możesz uzyskać maksymalnie 30 punktów.

Życzymy powodzenia
Organizatorzy

Zadania zamknięte

Zadanie 1 (2pkt.). Część ułamkowa liczby $\frac{2^{23}-21^{3}}{10}$ jest równa

A. 0,3; B. 0,5; C. 0,7; D. 0,9.

Zadanie 2 (2pkt.). Jaś wypisuje kolejne liczby całkowite. W pierwszym wierszu zapisał 1, w drugim 2, 3 i 4, w trzecim 5, 6, 7, 8, 9 itd. W każdym następnym wierszu zostają zapisane o dwie liczby więcej niż w poprzednim. Na środku trzydziestego wiersza zostanie zapisana liczba

A. 870; B. 871; C. 872; D. 873.

Zadanie 3 (2pkt.). Suma dwóch liczb jest nie większa niż 13. Druga z liczb jest co najmniej o 1 większa niż dwukrotność pierwszej liczby. Suma drugiej liczby i trzykrotności pierwszej liczby jest nie mniejsza niż 21. Większa z tych liczb jest równa

A. 9; B. 11; C. 13; D. 15.

Zadanie 4 (2pkt.). Najmniejsza wartość wyrażenia x^2+y^2-12x przyjmowana dla liczb *x*, *y* spełniających równanie $|x|+|x-y|=2$ jest równa

A. -16; B. -12; C. -8; D. -4.

Zadanie 5 (2pkt.). Dziedzina funkcji $f(x)=\log_{x+1}\log_{2-x}\left(2-x^2\right)$ jest równa

A. $(0,1)\cup\left(1,\sqrt{2}\right)$; B. $(-1,0)\cup(0,1)\cup\left(1,\sqrt{2}\right)$; C. $\left(0,\sqrt{2}\right)$ D. $\left(-1,\sqrt{2}\right)$.

Zadanie 6 (2pkt.). Wyrażenie $\sqrt{5+\sqrt{17}}-\sqrt{5-\sqrt{17}}$ jest równe

A. $\sqrt{6-4\sqrt{2}}$; B. $\sqrt{8-4\sqrt{2}}$; C. $\sqrt{10-4\sqrt{2}}$; D. $\sqrt{12-4\sqrt{2}}$.

Zadanie 7 (2pkt.). Liczba rozwiązań równania $(x+y-2)^2+x^2=-4-4x$ jest równa

A. 0; B. 1; C. 2; D. 4.

Zadanie 8 (2pkt.). Środkowe *AD* i *BE* trójkąta *ABC* przecinają się w punkcie *S*. Stosunek pola trójkąta *ABS* do pola trójkąta *ABC* jest równy

A. 1:2; B. 1:3; C. 2:3 ; D. 3:4;

Zadanie 9 (2pkt.). Dana jest funkcja $f(x)=2x^2-3x+4$. Wykres funkcji *g* otrzymano przesuwając wykres funkcji *f* w lewo o 5 jednostek równolegle do osi *Ox*. Aby otrzymać wykres funkcji *h* wykonano następujące czynności: najpierw wykres funkcji *f* przekształcono symetryczne względem osi *Ox*, a następnie tak otrzymany wykres przesunięto w prawo o 3 jednostki równolegle do osi *Ox*. Pole trójkąta ograniczonego wykresem funkcji $g(x)+h(x)$ i osiami układu współrzędnych jest równe

A. 0,5; B. 1; C. 1,5 ; D. 2;

Zadanie 10 (2pkt.). Suma wyrazów skończonego ciągu arytmetycznego jest równa 803. Pierwszy wyraz tego ciągu zwiększamy o 1, drugi o 3 itd., tzn. *k*-ty wyraz ciągu zwiększamy o tyle ile jest równa *k*-ta kolejna liczba nieparzysta dodatnia. Suma wyrazów tak otrzymanego ciągu jest równa 924. Wynika stąd, że środkowy wyraz początkowego ciągu jest równy

A. 62; B. 65; C. 71 ; D. 73;

Zadanie 11 (2pkt.). Reszta z dzielenia wielomianu x^4+1 przez wielomian $Q(x)$ jest równa 2. Wtedy liczba różnych pierwiastków wielomianu $Q(x)$ nie może być równa

A. 0 B. 1; C. 2; D. 3.

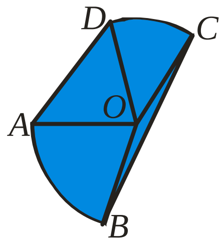
Zadanie 12 (2pkt.). Wiemy, że $\frac{\sin\alpha-2\cos\alpha}{\sin\alpha+3\cos\alpha}=\frac{1}{6}$. Wynika stąd, że $\mathrm{tg}\alpha$ wynosi

A. $\frac{1}{3}$; B. $\frac{2}{3}$; C. $\frac{3}{2}$; D. 3.

Zadanie 13 (2pkt.). Boki trójkąta mają długości *a*, *b*, $\sqrt{a(a+0{,}5\sqrt{6}b)+b(b-0{,}5\sqrt{2}a)}$. Największa miara kąta w tym trójkącie jest równa

A. 75^0; B. 85^0; C. 95^0; D. 105^0.

Zadanie 14 (2pkt.). Figura przedstawiona na rysunku powstała z koła o promieniu $2\sqrt{2}$ w wyniku odcięcia dwóch odcinków tego koła. W trójkątach *AOD* i *BOC* kąty przy wierzchołkach *O* mają miary odpowiednio 75^0 i 165^0. Pole narysowanej figury jest równe



A. 3π; B. $\frac{8}{3}\pi+\sqrt{6}$; C. $\frac{8}{3}\pi+2\sqrt{6}$; D. 6π.

Zadanie 15 (2pkt.). Dany jest dwunastokąt foremny. Kwadrat nazwiemy *stowarzyszonym*, jeśli co najmniej dwa jego wierzchołki są wierzchołkami danego dwunastokąta. Liczba wszystkich kwadratów stowarzyszonych jest równa

A. 183; B. 189; C. 192; D. 198.

Karta odpowiedzi

Podpisz kartę odpowiedzi.

Imię…………………………………………………………………………………………..

Nazwisko……………………………………………………………………………………..

Szkoła…………………………………………………………………………………………

Miejscowość…………………………………………………………………………………..

Instrukcja do karty odpowiedzi

Odpowiedzi do zadań zamkniętych (**A**, **B**, **C** lub **D**) wpisz tylko do poniższej tabeli w pierwszym wierszu pod numerem odpowiedniego zadania. Jeśli się pomyliłeś, to przekreśl błędną odpowiedź i napisz poprawną odpowiedź w wierszu poniżej.

Np. Jeśli pomyliłeś się pisząc

25.
A

to możesz dokonać poprawki

25.
~~**A**~~
C

Każdą z odpowiedzi możesz poprawić tylko jeden raz.

Życzymy powodzenia.

Karta odpowiedzi

1.	**2.**	**3.**	**4.**	**5.**	**6.**	**7.**	**8.**	**9.**	**10.**	**11.**	**12.**	**13.**	**14.**	**15.**