



Konkurs dla szkół ponadgimnazjalnych Finał Cz. I 6 luty 2013 roku

Instrukcja dla ucznia

1. W zadaniach o numerach od 1. do 15. są podane cztery warianty odpowiedzi: A, B, C, D. Dokładnie jeden z nich jest poprawny. Odpowiedzi do tych zadań wpisz na załączonej karcie odpowiedzi.
2. W czasie konkursu nie wolno używać kalkulatora ani tablic ze wzorami.
3. Czas przeznaczony na rozwiązanie zadań wynosi 90 minut.
4. Możesz uzyskać maksymalnie 30 punktów.

Życzymy powodzenia
Organizatorzy

Zadania zamknięte

Zadanie 1 (2pkt.). Liczba $10^n - (-1)^n$ dla dowolnej liczby naturalnej dodatniej n większej od 20 dzieli się przez

- A. 3; B. 8; C. 9; D. 11.

Zadanie 2 (2pkt.). Gracz giełdowy kupił akcje firmy „Dajemy Ci zysk” i po pewnym czasie sprzedał je po 24 zł za sztukę, tracąc przy tym tyle procent, ile złotych kosztowała go jedna akcja. Wynika stąd, że za jedną akcję zapłacił

- A. 40zł; B. 60zł; C. więcej niż 50zł; D. co najwyżej 60zł.

Zadanie 3 (2pkt.). Każda liczba ze zbioru $(-\infty, -3) \cup (1, +\infty)$ jest rozwiązaniem nierówności $|x - a| \geq a - 1$ o niewiadomej x . Jest to możliwe dla każdej liczby a , spełniającej warunek

- A. $a \geq -2$; B. $a > -1,5$; C. $a < 0$; D. $a > 0$.

Zadanie 4 (2pkt.). Liczba cyfr liczby $4^{36}5^{64}$ jest równa

- A. 67; B. 68; C. 69; D. 70.

Zadanie 5 (2pkt.). Wyrażenie $\log_4 \left(\sqrt{7 + \sqrt{13}} - \sqrt{7 - \sqrt{13}} \right)$ jest równe

- A. $\log_4 7$; B. $\log_2 7$; C. 0,25; D. 0,875.

Zadanie 6 (2pkt.). Liczby 3, 4, 5 są jedynymi liczbami naturalnymi, spełniającymi układ nierówności $\begin{cases} 4x - m \leq 0 \\ 7x - n > 0 \end{cases}$. Liczba wszystkich par (m, n) liczb całkowitych, dla których jest to możliwe jest równa

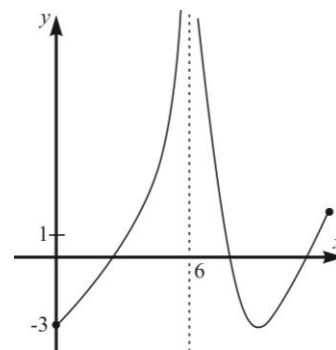
- A. 24; B. 28; C. 30; D. 35.

Zadanie 7 (2pkt.). Punkty A i B są kolejnymi wierzchołkami wielokąta foremnego. Punkt C leży na okręgu opisanym na tym wielokącie i kąt ACB - wpisany w okrąg, jest kątem rozwartym o mierze β . Stosunek miary kąta wewnętrznego wielokąta do β jest równy 9:10. Liczba boków wielokąta jest równa

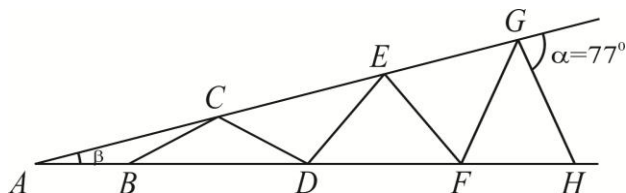
- A. 8; B. 9; C. 10 ; D. 11;

Zadanie 8 (2pkt.). Rysunek przedstawia wykres funkcji f określonej w zbiorze $\langle 0, 6 \rangle \cup (6, a)$, gdzie a jest pewną liczbą większą od 6. Liczba rozwiązań równania $(f(x))^{2013} - (f(x))^3 = 0$ jest równa

- A. 0; B. 1; C. 3; D. 9.



Zadanie 9 (2pkt.). Na rysunku długości odcinków AB, BC, CD, DE, EF, FG i GH są równe. Została także podana miara kąta α . Wynika stąd, że miara β kąta BAC jest równa



- A. 11° ; B. $12,5^{\circ}$; C. 15° ; D. $17,5^{\circ}$.

Zadanie 10 (2pkt.). Wynik dzielenia wielomianu $W(x)$ przez $x^2 - 1$ i przez $x^2 - 4$ jest wielomianem $Q(x)$, natomiast reszty z tego dzielenia są odpowiednio równe $R_1(x)$ i $R_2(x)$ oraz $R_1(x) - R_2(x) = -3x - 6$. Wtedy wielomian $Q(x)$ jest równy

- A. $x + 2$ B. $x - 2$; C. $x - 1$; D. $x + 1$.

Zadanie 11 (2pkt.). Liczby postaci $\frac{a}{3} + \frac{b}{9} + \frac{c}{27} + \frac{d}{81}$, gdzie każda z liczb a, b, c, d jest równa jednej z liczb 0, 1, 2, uporządkowano od największej do najmniejszej. Na 71 miejscu w tym uporządkowaniu znajduje się liczba

- A. $\frac{1}{9}$; B. $\frac{10}{81}$; C. $\frac{11}{81}$; D. $\frac{12}{81}$.

Zadanie 12 (2pkt.). Równanie $x^2 + 2x \sin \alpha + \cos^2 \alpha = 0$ o niewiadomej x , ma dwa różne rozwiązania, jeśli miara łukowa α jest równa

- A. -3 ; B. π ; C. $4\frac{2}{3}$; D. $6\frac{2}{3}$.

Zadanie 13 (2pkt.). Sześciu dorosłych i troje dzieci wykupiło bilety na miejsca od 17 do 25, w jednym rzędzie. Liczba sposobów rozlokowania dzieci w taki sposób, aby każde z nich siedziało pomiędzy dorosłymi jest równa

- A. 18; B. 42; C. 60; D. 1440.

Zadanie 14 (2pkt.). W zamkniętym naczyniu w kształcie walca o średnicy podstawy równej 2 są umieszczone na dwóch poziomach po 2 metalowe kule o takim samym promieniu. Każde dwie z tych czterech kul są wzajemnie styczne, każda z kul niższego poziomu leży na dnie naczynia, a każda z kul wyższego poziomu dotyka górnego wieka naczynia. Największa objętość wody jaką można wlać do naczynia jest równa

- A. $\frac{2\sqrt{3}+2}{6}\pi$; B. $\frac{\sqrt{2}+2}{3}\pi$; C. $\frac{3\sqrt{2}+2}{6}\pi$; D. $\frac{\sqrt{3}+2}{3}\pi$.

Zadanie 15 (2pkt.). W trójkącie równoramiennym ABC o polu S , kąt przy wierzchołku B jest prosty, punkt D jest środkiem boku BC i E jest takim punktem przeciwprostokątnej AC , że $BE \perp AD$. Wtedy pole trójkąta BCE jest równe

- A. $\frac{1}{3}S$; B. $\frac{2}{5}S$; C. $\frac{3}{7}S$; D. $\frac{1}{2}S$.