# Konkurs dla szkół ponadgimnazjalnych

## Finał Cz. I

6 luty 2013 roku

## Instrukcja dla ucznia

1. W zadaniach o numerach od 1. do 15. są podane cztery warianty odpowiedzi: A, B, C, D. Dokładnie jeden z nich jest poprawny. Odpowiedzi do tych zadań wpisz na załączonej karcie odpowiedzi.
2. W czasie konkursu nie wolno używać kalkulatora ani tablic ze wzorami.
3. Czas przeznaczony na rozwiązanie zadań wynosi 90 minut.
4. Możesz uzyskać maksymalnie 30 punktów.

Życzymy powodzenia
Organizatorzy

## Zadania zamknięte

**Zadanie 1 (2pkt.)**. Liczba $10^n-(-1)^n$ dla dowolnej liczby naturalnej dodatniej *n* większej od 20 dzieli się przez

A. 3; B. 8; C. 9; D.11.

**Zadanie 2(2pkt.).** Gracz giełdowy kupił akcje firmy „Dajemy Ci zysk" i po pewnym czasie sprzedał je po 24 zł za sztukę, tracąc przy tym tyle procent, ile złotych kosztowała go jedna akcja. Wynika stąd, że za jedną akcję zapłacił

A. 40zł; B. 60zł; C. więcej niż 50zł; D. co najwyżej 60zł.

**Zadanie 3 (2pkt.)**. Każda liczba ze zbioru $\left(-\infty,-3\right\rangle\cup\left\langle 1,+\infty\right)$ jest rozwiązaniem nierówności $|x-a|\geq a-1$ o niewiadomej *x*. Jest to możliwe dla każdej liczby *a*, spełniającej warunek

A. $a\geq -2$; B. $a>-1{,}5$; C. $a<0$; D. $a>0$.

**Zadanie 4 (2pkt.)**. Liczba cyfr liczby $4^{36}5^{64}$ jest równa

A. 67; B. 68; C. 69; D. 70.

**Zadanie 5 (2pkt.)**. Wyrażenie $\log_4\left(\sqrt{7+\sqrt{13}}-\sqrt{7-\sqrt{13}}\right)$ jest równe

A. $\log_4 7$; B. $\log_2 7$; C. $0{,}25$; D. 0,875.

**Zadanie 6 (2pkt.)**. Liczby 3, 4, 5 są jedynymi liczbami naturalnymi, spełniającymi układ nierówności $\begin{cases}4x-m\leq 0\\ 7x-n>0\end{cases}$. Liczba wszystkich par $(m,n)$ liczb całkowitych, dla których jest to możliwe jest równa

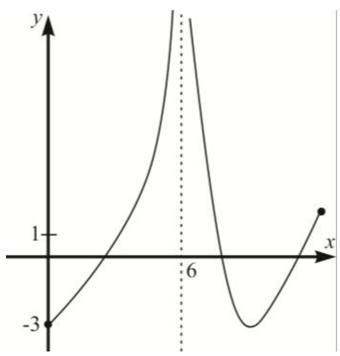
A. 24; B. 28; C. 30; D. 35.

**Zadanie 7 (2pkt.)**. Punkty *A* i *B* są kolejnymi wierzchołkami wielokąta foremnego. Punkt *C* leży na okręgu opisanym na tym wielokącie i kąt *ACB* - wpisany w okrąg, jest kątem rozwartym o mierze $\beta$. Stosunek miary kąta wewnętrznego wielokąta do $\beta$ jest równy 9:10. Liczba boków wielokąta jest równa

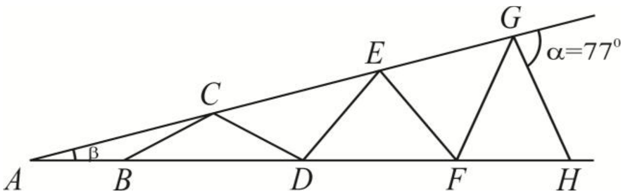
A. 8; B. 9; C. 10 ; D. 11;

**Zadanie 8 (2pkt.)**. Rysunek przedstawia wykres funkcji *f* określonej w zbiorze $\left\langle 0,6\right)\cup\left(6,a\right\rangle$, gdzie $a$ jest pewną liczbą większą od 6. Liczba rozwiązań równania $\left(f(x)\right)^{2013}-\left(f(x)\right)^3=0$ jest równa

A. 0; B. 1; C. 3; D. 9.



**Zadanie 9 (2pkt.).** Na rysunku długości odcinków *AB*, *BC*, *CD*, *DE*, *EF*, *FG* i *GH* są równe. Została także podana miara kąta $\alpha$. Wynika stąd, że miara $\beta$ kąta *BAC* jest równa




A. $11^0$; B. $12{,}5^0$; C. $15^0$; D. $17{,}5^0$.

**Zadanie 10 (2pkt.)**. Wynik dzielenia wielomianu $W(x)$ przez $x^2-1$ i przez $x^2-4$ jest wielomianem $Q(x)$, natomiast reszty z tego dzielenia są odpowiednio równe $R_1(x)$ i $R_2(x)$ oraz $R_1(x)-R_2(x)=-3x-6$. Wtedy wielomian $Q(x)$ jest równy

A. $x+2$ B. $x-2$; C. $x-1$; D. $x+1$.

**Zadanie 11 (2pkt.)**. Liczby postaci $\frac{a}{3}+\frac{b}{9}+\frac{c}{27}+\frac{d}{81}$, gdzie każda z liczb $a, b, c, d$ jest równa jednej z liczb 0, 1, 2, uporządkowano od największej do najmniejszej. Na 71 miejscu w tym uporządkowaniu znajduje się liczba

A. $\frac{1}{9}$; B. $\frac{10}{81}$; C. $\frac{11}{81}$; D. $\frac{12}{81}$.

**Zadanie 12 (2pkt.)**. Równanie $x^2+2x\sin\alpha+\cos^2\alpha=0$ o niewiadomej *x*, ma dwa różne rozwiązania, jeśli miara łukowa $\alpha$ jest równa

A. $-3$; B. $\pi$; C. $4\frac{2}{3}$; D. $6\frac{2}{3}$.

**Zadanie 13 (2pkt.)**. Sześciu dorosłych i troje dzieci wykupiło bilety na miejsca od 17 do 25, w jednym rzędzie. Liczba sposobów rozlokowania dzieci w taki sposób, aby każde z nich siedziało pomiędzy dorosłymi jest równa.

A. 18; B. 42; C. 60; D. 1440.

**Zadanie 14 (2pkt.)**. W zamkniętym naczyniu w kształcie walca o średnicy podstawy równej 2 są umieszczone na dwóch poziomach po 2 metalowe kule o takim samym promieniu. Każde dwie z tych czterech kul są wzajemnie styczne, każda z kul niższego poziomu leży na dnie naczynia, a każda z kul wyższego poziomu dotyka górnego wieka naczynia. Największa objętość wody jaką można wlać do naczynia jest równa

A. $\frac{2\sqrt{3}+2}{6}\pi$; B. $\frac{\sqrt{2}+2}{3}\pi$; C. $\frac{3\sqrt{2}+2}{6}\pi$; D. $\frac{\sqrt{3}+2}{3}\pi$.

**Zadanie 15 (2pkt.)**. W trójkącie równoramiennym *ABC* o polu *S*, kąt przy wierzchołku *B* jest prosty, punkt *D* jest środkiem boku *BC* i *E* jest takim punktem przeciwprostokątnej *AC*, że $BE \perp AD$. Wtedy pole trójkąta *BCE* jest równe

A. $\frac{1}{3}S$; B. $\frac{2}{5}S$; C. $\frac{3}{7}S$; D. $\frac{1}{2}S$.