Konkurs dla szkół ponadgimnazjalnych

Finał część I

14 lutego 2012 roku

Instrukcja dla ucznia

1. W zadaniach o numerach od 1. do 15. są podane cztery warianty odpowiedzi: A, B, C, D. Dokładnie jedna z nich jest poprawna. Odpowiedzi do tych zadań wpisz na załączonej karcie odpowiedzi.
2. W czasie konkursu nie wolno używać kalkulatora ani tablic z wzorami.
3. Czas przeznaczony na rozwiązanie zadań wynosi 90 minut.

Życzymy powodzenia
Organizatorzy

Zadania zamknięte

Zadanie 1. Jeśli $a\%$ liczby a jest równe $a-9$, to

A. $a=10$; B. $a>10$; C. $a=90$; D. a jest liczbą całkowitą.

Zadanie 2: Zbiór punktów płaszczyzny o współrzędnych (x, y) dla których równanie $a^2+2xa-y^2+4=0$ o niewiadomej a, ma dokładnie jedno rozwiązanie, jest

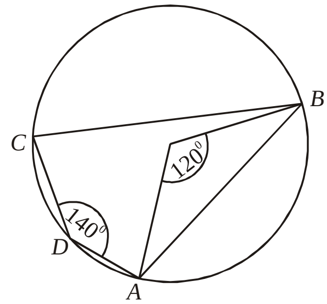
A. zbiorem jednoelementowym; B. zbiorem dwuelementowym;
C. prostą ; D. okręgiem.

Zadanie 3. Jeśli $a \neq 0$ i $a^2 \neq 1$, to równanie $x+\frac{1}{x}=a+\frac{1}{a}$ o niewiadomej x ma

A. dokładnie jedno rozwiązanie $x=a$; B. dokładnie dwa rozwiązania;
C. dokładanie cztery rozwiązania; D. nieskończenie wiele rozwiązań.

Zadanie 4. Miara kąta wypukłego CAB jest równa

A. 60^0; B. 70^0; C. 80^0; D. 90^0.



Zadanie 5. Liczba $2^{\log_4 3^{\log_9 5^{\log_{25} 7}}}$ jest równa

B. $2\cdot3\cdot5$; B. $3\cdot5\cdot7$; C. $\sqrt[8]{2}$; D. $\sqrt[8]{7}$.

Zadanie 6. W trójkącie ABC miara kąta przy wierzchołku C jest dwa razy większa od miary kąta przy wierzchołku B. Wiemy także, że $\frac{|AC|}{|BC|}=3$. Wynika stąd, że $\sin \sphericalangle ABC$ jest równy

A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$; B. $\frac{\sqrt{23}}{3}$; C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$; D. $\frac{3}{23}$.

Zadanie 7. Równanie $\sin x=-\left(x+\frac{\pi}{2}\right)^2-1$

A. nie ma rozwiązań; B. ma dokładnie jedno rozwiązanie;
C. ma dokładnie dwa rozwiązania; D. ma nieskończenie wiele rozwiązań.

Zadanie 8. Wiadomo, że każda ściana dwunastościanu foremnego jest pięciokątem foremnym. Długość najdłuższej przekątnej pewnego dwunastościanu foremnego jest równa d. Liczba przekątnych o długości d w tym dwunastościanie foremnym jest równa

A. 5; B. 10; C. 20; D. 30.

Zadanie 9. Zbiór X składa się z 6 różnych liczb. Liczba wszystkich ciągów rosnących utworzonych z co najmniej 2 liczb należących do zbioru X jest równa

A. 20; B. 36; C. 57; D. 720.

Zadanie 10. Odcinek o końcach $A(0,-1)$ i $B(4,7)$ jest przeciwprostokątną trójkąta prostokątnego, którego trzecim wierzchołkiem jest $C(k,0)$. Wynika stąd, że

A. $k>0$; B. $k<0$; C. $k>5$; D. $k<6$.

Zadanie 11. Z wierzchołka *A* pięciokąta *ABCDE* o obwodzie 20cm poprowadzono dwie przekątne *AC* i *AD*. Obwody trójkątów *ABC*, *ACD* i *ADE* są odpowiednio równe 15cm, 18cm i 13cm. Suma długości poprowadzonych przekątnych jest równa

A. 13cm; B. 16,5cm; C. 18cm; D. 20cm.

Zadanie 12. Pewną liczbę *x* odjęto od wszystkich dodatnich całkowitych dzielników liczby 24. Następnie dodano kwadraty uzyskanych różnic. Okazało się, że uzyskano wynik mniejszy, niż uzyskano by zastępując *x* jakąkolwiek inną liczbą. Wynika stąd, że liczba *x* to

A. 2; B. 12; C. 7,5; D. 9,5.

Zadanie 13. Ciąg (a_n) określony jest rekurencyjnie

$$\begin{cases} a_1 = \frac{1}{2} \\ a_{n+1} = 1 - \frac{1}{a_n}, \qquad \text{dla } n = 1, 2, \ldots \end{cases}$$

Wyraz a_{2012} jest równy

A. -1; B. $\frac{1}{3}$; C. $\frac{1}{2}$; D. 2.

Zadanie 14. Dwie wysokości czworościanu mają długość 20cm, a pozostałe dwie 30cm. Promień sfery wpisanej w ten czworościan ma długość

A. 5cm; B. 6cm; C. 9cm; D. 17cm.

Zadanie 15. Funkcja *f* nie jest funkcją tożsamościowo równą 0 i dla każdych liczb $x, y \in R$ spełnia warunek $f(x)f(y) = f(x-y)$. Jest to możliwe, gdy

A. $f(1)=12$ i $f(2)=3$ i $f(3)=4$; B. $f(3)=0$ i $f(0)=0$;

C. $f(5)=2$; D. $f(-13)=f(21)=f(132)=1$.

Karta odpowiedzi

Podpisz kartę odpowiedzi.

Imię…………………………………………………………………………………………..

Nazwisko……………………………………………………………………………………..

Szkoła…………………………………………………………………………………………

Miejscowość…………………………………………………………………………………..

Instrukcja do karty odpowiedzi

Odpowiedzi do zadań zamkniętych (**A**, **B**, **C** lub **D**) wpisz tylko do poniższej tabeli w pierwszym wierszu pod numerem odpowiedniego zadania. Jeśli się pomyliłeś, to przekreśl błędną odpowiedź i napisz poprawną odpowiedź w wierszu poniżej.

Np. Jeśli pomyliłeś się pisząc

25.
A

to możesz dokonać poprawki

25.
~~**A**~~
C

Każdą z odpowiedzi możesz poprawić <u>tylko jeden</u> raz.

Życzymy powodzenia.

Karta odpowiedzi

1.	**2.**	**3.**	**4.**	**5.**	**6.**	**7.**	**8.**	**9.**	**10.**	**11.**	**12.**	**13.**	**14.**	**15.**