



Konkurs dla szkół ponadgimnazjalnych
Finał część I
14 lutego 2012 roku

Instrukcja dla ucznia

1. W zadaniach o numerach od 1. do 15. są podane cztery warianty odpowiedzi: A, B, C, D. Dokładnie jedna z nich jest poprawna. Odpowiedzi do tych zadań wpisz na załączonej karcie odpowiedzi.
2. W czasie konkursu nie wolno używać kalkulatora ani tablic z wzorami.
3. Czas przeznaczony na rozwiązanie zadań wynosi 90 minut.

Życzymy powodzenia
Organizatorzy



Zadania zamknięte

Zadanie 1. Jeśli $a\%$ liczby a jest równe $a-9$, to

- A. $a=10$; B. $a>10$; C. $a=90$; D. a jest liczbą całkowitą.

Zadanie 2: Zbiór punktów płaszczyzny o współrzędnych (x, y) dla których równanie $a^2 + 2xa - y^2 + 4 = 0$ o niewiadomej a , ma dokładnie jedno rozwiązanie, jest

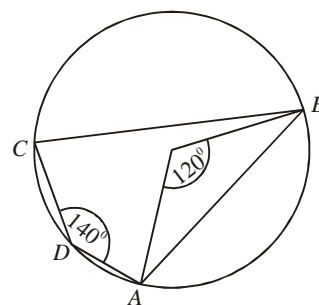
- A. zbiorem jednoelementowym; B. zbiorem dwuelementowym;
C. prostą; D. okręgiem.

Zadanie 3. Jeśli $a \neq 0$ i $a^2 \neq 1$, to równanie $x + \frac{1}{x} = a + \frac{1}{a}$ o niewiadomej x ma

- A. dokładnie jedno rozwiązanie $x = a$; B. dokładnie dwa rozwiązania;
C. dokładnie cztery rozwiązania; D. nieskończenie wiele rozwiązań.

Zadanie 4. Miara kąta wypukłego CAB jest równa

- A. 60° ; B. 70° ; C. 80° ; D. 90° .



Zadanie 5. Liczba $2^{\log_4 3^{\log_9 5^{\log_{25} 7}}}$ jest równa

- B. $2 \cdot 3 \cdot 5$; B. $3 \cdot 5 \cdot 7$; C. $\sqrt[8]{2}$; D. $\sqrt[8]{7}$.

Zadanie 6. W trójkącie ABC miara kąta przy wierzchołku C jest dwa razy większa od miary kąta przy wierzchołku B . Wiemy także, że $\frac{|AC|}{|BC|} = 3$. Wynika stąd, że $\sin \sphericalangle ABC$ jest równy

- A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$; B. $\frac{\sqrt{23}}{3}$; C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$; D. $\frac{3}{23}$.

Zadanie 7. Równanie $\sin x = -\left(x + \frac{\pi}{2}\right)^2 - 1$

- A. nie ma rozwiązań; B. ma dokładnie jedno rozwiązanie;
C. ma dokładnie dwa rozwiązania; D. ma nieskończenie wiele rozwiązań.

Zadanie 8. Wiadomo, że każda ściana dwunastościanu foremnego jest pięciokątem foremnym. Długość najdłuższej przekątnej pewnego dwunastościanu foremnego jest równa d . Liczba przekątnych o długości d w tym dwunastościanie foremnym jest równa

- A. 5; B. 10; C. 20; D. 30.

Zadanie 9. Zbiór X składa się z 6 różnych liczb. Liczba wszystkich ciągów rosnących utworzonych z co najmniej 2 liczb należących do zbioru X jest równa

- A. 20; B. 36; C. 57; D. 720.

Zadanie 10. Odcinek o końcach $A(0,-1)$ i $B(4,7)$ jest przeciwprostokątną trójkąta prostokątnego, którego trzecim wierzchołkiem jest $C(k,0)$. Wynika stąd, że

- A. $k > 0$; B. $k < 0$; C. $k > 5$; D. $k < 6$.

Zadanie 11. Z wierzchołka A pięciokąta $ABCDE$ o obwodzie 20cm poprowadzono dwie przekątne AC i AD . Obwody trójkątów ABC , ACD i ADE są odpowiednio równe 15cm, 18cm i 13cm. Suma długości poprowadzonych przekątnych jest równa

- A. 13cm; B. 16,5cm; C. 18cm; D. 20cm.

Zadanie 12. Pewną liczbę x odjęto od wszystkich dodatnich całkowitych dzielników liczby 24. Następnie dodano kwadraty uzyskanych różnic. Okazało się, że uzyskano wynik mniejszy, niż uzyskano by zastępując x jakąkolwiek inną liczbą. Wynika stąd, że liczba x to

- A. 2; B. 12; C. 7,5; D. 9,5.

Zadanie 13. Ciąg (a_n) określony jest rekurencyjnie

$$\begin{cases} a_1 = \frac{1}{2} \\ a_{n+1} = 1 - \frac{1}{a_n}, \quad \text{dla } n = 1, 2, \dots \end{cases}$$

Wyraz a_{2012} jest równy

- A. -1 ; B. $\frac{1}{3}$; C. $\frac{1}{2}$; D. 2.

Zadanie 14. Dwie wysokości czworościanu mają długość 20cm, a pozostałe dwie 30cm. Promień sfery wpisanej w ten czworościan ma długość

- A. 5cm; B. 6cm; C. 9cm; D. 17cm.

Zadanie 15. Funkcja f nie jest funkcją tożsamościowo równą 0 i dla każdych liczb $x, y \in R$ spełnia warunek $f(x)f(y) = f(x-y)$. Jest to możliwe, gdy

- A. $f(1) = 12$ i $f(2) = 3$ i $f(3) = 4$; B. $f(3) = 0$ i $f(0) = 0$;
C. $f(5) = 2$; D. $f(-13) = f(21) = f(132) = 1$.

Karta odpowiedzi

Podpisz kartę odpowiedzi.

Imię.....

Nazwisko.....

Szkoła.....

Miejscowość.....

Instrukcja do karty odpowiedzi

Odpowiedzi do zadań zamkniętych (**A**, **B**, **C** lub **D**) wpisz tylko do poniższej tabeli w pierwszym wierszu pod numerem odpowiedniego zadania. Jeśli się pomyliłeś, to przekreśl błędną odpowiedź i napisz poprawną odpowiedź w wierszu poniżej.

Np. Jeśli pomyliłeś się pisząc

| |
|-----|
| 25. |
| A |
| |

to możesz dokonać poprawki

| |
|--------------|
| 25. |
| A |
| C |

Każdą z odpowiedzi możesz poprawić tylko jeden raz.

Życzymy powodzenia.

Karta odpowiedzi

| 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | 6. | 7. | 8. | 9. | 10. | 11. | 12. | 13. | 14. | 15. |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | |