



**MATEMATYKA  
MOJA PASJA**



**ERICPOL**  
i-EVOLUTION

**Konkurs dla szkół ponadgimnazjalnych**  
**Etap szkolny**  
11 grudnia 2015 roku

**Instrukcja dla ucznia**

1. W zadaniach o numerach od 1. do 12. są podane cztery warianty odpowiedzi: A, B, C, D. Dokładnie jeden z nich jest poprawny. Odpowiedzi do tych zadań wpisz na załączonej karcie odpowiedzi.
2. W czasie konkursu nie wolno używać kalkulatora ani tablic ze wzorami.
3. Czas przeznaczony na rozwiązanie zadań wynosi 120 minut.
4. Możesz uzyskać maksymalnie 50 punktów.

Życzymy powodzenia  
Organizatorzy

## Zadania zamknięte

---

**Zadanie 1 (2pkt.).** Liczbą odwrotną do liczby  $(\sqrt{11}+1)(\sqrt{5}+\sqrt{3})$  jest

- A.  $\frac{\sqrt{55}+\sqrt{33}-\sqrt{5}+\sqrt{3}}{20}$ ;                      B.  $\frac{\sqrt{55}-\sqrt{33}+\sqrt{5}+\sqrt{3}}{20}$ ;  
C.  $\frac{\sqrt{55}-\sqrt{33}-\sqrt{5}+\sqrt{3}}{20}$ ;                      D.  $\frac{\sqrt{55}+\sqrt{33}+\sqrt{5}+\sqrt{3}}{20}$ .

**Zadanie 2 (2pkt.).** Wiadomo, że  $x < 2y - 5$  oraz  $y \leq 3x + 1$ . Wynika stąd, że  $5x$  jest większe od

- A. 2;                      B. 4;                      C. 6;                      D. 8.

**Zadanie 3 (2pkt.).** Suma odwrotności pierwiastków równania  $\frac{1}{x-2} + \frac{1}{x+1} = 1$  jest równa

- A. -3;                      B. 3;                      C. -2;                      D. 2.

**Zadanie 4 (2pkt.).** Funkcja  $f$  jest określona wzorem  $f(x) = \log_{\frac{1}{6}}(x^2 - 64)$ . Nierówność

$f(x) + \frac{1}{f(x)} \leq f(10)$  jest spełniona wtedy i tylko wtedy, gdy

- A.  $x \in (-\infty, -8) \cup (8, +\infty)$ ;                      B.  $x \in (-\infty, -\sqrt{65}) \cup (\sqrt{65}, +\infty)$ ;  
C.  $x \in (-\infty, -\sqrt{65}) \cup (\sqrt{65}, +\infty)$ ;                      D.  $x \in (-\sqrt{65}, \sqrt{65})$ .

**Zadanie 5 (2pkt.).** Odległość punktów  $A$  i  $B$  jest równa 7. Liczba wszystkich prostych odległych od jednego z tych punktów o 3, a od drugiego o 4 jest równa

- A. 2;                      B. 3;                      C. 5;                      D. 6.

**Zadanie 6 (2pkt.).** Liczba wszystkich liczb 10-cyfrowych, których suma cyfr jest równa 3, jest równa

- A. 53;                      B. 54;                      C. 55;                      D. 56.

**Zadanie 7 (2pkt.).** Równanie  $x^5 + x^3 + 1 = 0$  ma

- A. 5 rozwiązań;                      B. 3 rozwiązania;                      C. 1 rozwiązanie;                      D. 0 rozwiązań.

**Zadanie 8 (2pkt.).** Funkcja  $f$  spełnia, dla każdej liczby rzeczywistej  $x \neq 0$ , warunek

$f(x) - 2f\left(\frac{1}{x}\right) = x^3$ . Wtedy  $f(-2) =$

- A.  $\frac{1}{4}$ ;                      B.  $\frac{11}{4}$ ;                      C.  $\frac{111}{4}$ ;                      D.  $\frac{1111}{4}$ .

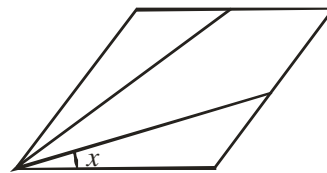
**Zadanie 9 (2pkt.).** Jeśli dla kątów ostrych  $\alpha$  i  $\beta$  zachodzą związki  $\sin \alpha + \sin \beta = 1,5$  i  $\cos \alpha + \cos \beta = 1$ , to

- A.  $\cos(\alpha + \beta) = 1$ ;                      B.  $\cos(\alpha - \beta) = 1$ ;                      C.  $\cos(\alpha - \beta) = \frac{5}{8}$ ;                      D.  $\cos(\alpha + \beta) = \frac{5}{8}$ .

**Zadanie 10 (2pkt.).** Dwie równoległe cięciwy koła o długościach 5 i 7 są oddalone o 3 i leżą po przeciwnych stronach środka tego koła. Cięciwa położona w równej odległości od tych dwóch cięciw ma długość

- A. 6;                      B.  $3\sqrt{5}$ ;                      C.  $\sqrt{46}$ ;                      D.  $\sqrt{65}$ .

**Zadanie 11 (2pkt.).** Romb o kącie ostrym  $60^\circ$  podzielono na 3 części o równych polach prostymi przechodzącymi przez wierzchołek kąta ostrego. Wówczas



- A.  $\sin x = \sin 20^\circ$ ;    B.  $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{6}$ ;    C.  $\sin x = \frac{\sqrt{57}}{19}$ ;    D.  $\sin x = \frac{\sqrt{19}}{7}$ .

**Zadanie 12 (2pkt.).** W ostrosłupie prawidłowym trójkątnym wszystkie ściany boczne są trójkątami prostokątnymi. Objętość tego ostrosłupa jest równa  $9\sqrt{2}$ . Wynika stąd, że pole jego podstawy jest równe

- A.  $9\sqrt{3}$ ;                      B.  $12\sqrt{3}$ ;                      C.  $12\sqrt{2}$ ;                      D.  $15\sqrt{2}$ .

### Zadania otwarte

---

**Zadanie 13 (7 pkt.).** Wyznacz wszystkie liczby czterocyfrowe, które powiększone o sumę swoich cyfr są równe 2015.

**Zadanie 14 (6 pkt.).** Dla jakich wartości parametru  $k$  wielomiany  $x^2 + (4-k)x - 2k - 3$  i  $x^2 - 2x - k - 9$  mają dokładnie jeden wspólny pierwiastek. Znajdź ten pierwiastek i pozostałe pierwiastki obu wielomianów.

**Zadanie 15 (6 pkt.).** Wyznacz miary kątów trójkąta, jeśli miary te są kolejnymi wyrazami pewnego ciągu arytmetycznego, a długości boków tego trójkąta są kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego.

**Zadanie 16 (7 pkt.).** Dany jest ostrosłup  $ABCS$ , którego podstawą jest trójkąt równoboczny  $ABC$  o boku  $a = 6$ . Krawędź boczna  $SA$  jest prostopadła do płaszczyzny podstawy i jej długość wynosi 3. Niech  $M$  będzie punktem krawędzi  $AB$  i niech  $|AM| = x$ . Przez punkt  $M$  prowadzimy płaszczyznę prostopadłą do krawędzi  $AB$ . Niech  $P$  będzie figurą będącą przekrojem ostrosłupa tą płaszczyzną.

a) Dla jakich  $x$  przekrój  $P$  jest czworokątem?

a) W przypadku, gdy  $P$  jest czworokątem, oblicz w zależności od  $x$  długość przekątnej czworokąta poprowadzonej z punktu  $M$ . Dla jakich  $x$  długość tej przekątnej jest najmniejsza? Ile wynosi ta najmniejsza długość?

## Karta odpowiedzi

Podpisz kartę odpowiedzi.

Imię.....

Nazwisko.....

Szkoła.....

Miejscowość.....

### Instrukcja do karty odpowiedzi

Odpowiedzi do zadań zamkniętych (**A**, **B**, **C** lub **D**) wpisz tylko do poniższej tabeli w pierwszym wierszu pod numerem odpowiedniego zadania. Jeśli się pomyliłeś, to przekreśl błędną odpowiedź i napisz poprawną odpowiedź w wierszu poniżej.

Np. Jeśli pomyliłeś się pisząc

25.
A

to możesz dokonać poprawki

25.
<del>A</del>
C

Każdą z odpowiedzi możesz poprawić tylko jeden raz.

Życzymy powodzenia.

## Karta odpowiedzi

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.