



Konkurs dla szkół ponadgimnazjalnych
Etap szkolny
10 stycznia 2012 roku

Instrukcja dla ucznia

1. W zadaniach o numerach od 1. do 12. są podane cztery warianty odpowiedzi: A, B, C, D. Dokładnie jedna z nich jest poprawna. Odpowiedzi do tych zadań wpisz na załączonej karcie odpowiedzi.
2. W czasie konkursu nie wolno używać kalkulatora ani tablic z wzorami.
3. Czas przeznaczony na rozwiązanie zadań wynosi 120 minut.
4. Możesz uzyskać maksymalnie 45 punktów.

Życzymy powodzenia
Organizatorzy



Zadania zamknięte

Zadanie 1 (2pkt.). Liczba zer kończących zapis rozwinięcia dziesiętnego iloczynu $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 34$ trzydziestu czterech kolejnych liczb naturalnych jest równa

- A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

Zadanie 2 (2pkt.). Jeśli $\frac{x}{f} + \frac{2}{y} = \frac{3x}{fy}$ i $y \neq 0, y \neq 3, f \neq 0$, to

- A. $x = \frac{2f}{y-3}$ B. $x = \frac{2f}{3-y}$ C. $x = \frac{2f}{3y}$ D. $x = -\frac{2f}{3y}$

Zadanie 3 (2pkt.). Jeśli $x + y = 1$ i $x^2 + y^2 = 9$, to $x^4 + y^4$ jest równe

- A. 49 B. 51 C. 112 D. 113

Zadanie 4 (2pkt.). Liczba rozwiązań równania $\|x-2|-1\| = 3$ jest równa

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 4

Zadanie 5 (2pkt.). Na brzegu koła K o środku w punkcie C leżą dwa różne punkty A i B . Miara kąta ACB jest równa 30^0 . Stosunek pola koła K do pola trójkąta ABC jest równy

- A. 9 B. 4π C. $4,5\pi$ D. 6π

Zadanie 6 (2pkt.). Wykres funkcji $f(x) = -3x^2 + 2x - 3$ przekształcono najpierw w symetrii względem osi OX , a następnie przesunięto o 1 jednostkę w dół wzdłuż osi OY i otrzymano wykres funkcji g . Wtedy wykres funkcji $h(x) = g(2-x)$ przyjmuje

- A. najmniejszą wartość równą $\frac{5}{3}$ dla argumentu równego $-\frac{5}{3}$.
B. najmniejszą wartość równą $\frac{5}{3}$ dla argumentu równego $-\frac{7}{3}$.
C. najmniejszą wartość równą $\frac{5}{3}$ dla argumentu równego $\frac{5}{3}$.
D. najmniejszą wartość równą $\frac{5}{3}$ dla argumentu równego $\frac{7}{3}$.

Zadanie 7 (2pkt.). Odległość środków dwóch przecinających się okręgów o promieniach 3 i 6 może być równa każdej liczbie z przedziału

- A. $\langle 4, 8 \rangle$ B. $\langle 3, 9 \rangle$ C. $\langle 2, 6 \rangle$ D. $\langle 5, 10 \rangle$

Zadanie 8 (2pkt.). Gumowa piłka, zrzucona z wysokości h , przy każdym odbiciu wznosi się na wysokość dwa razy mniejszą, niż przy poprzednim odbiciu. Łączna droga, którą pokonała piłka aż do szóstego odbicia się jest równa 47m. Wysokość h jest równa

- A. $15\frac{17}{38}$ m B. 16m C. $23\frac{55}{63}$ m D. 24m

Zadanie 9 (2pkt.). W wierszu zapisano kolejno ileś liczb. Suma każdych 5-ciu liczb stojących na kolejnych miejscach nieparzystych jest równa 98, a suma każdych 5-ciu liczb stojących na kolejnych miejscach parzystych jest równa 129. Wiadomo, że liczba stojąca na miejscu trzecim jest równa 11, a na miejscu szóstym 2. Suma liczb stojących na miejscach 663 i 976 jest równa

- A. 13 B. 44 C. 240 D. 1639

Zadanie 10 (2pkt.). Równanie $\log_2(x+2) = kx$ ma dwa różne rozwiązania. Jest to możliwe, gdy

- A. $k = -2^2$ B. $k = -2^3$ C. $k = \pi$ D. $k = 0$

Zadanie 11 (2pkt.). W danym sześciokącie wypukłym $ABCDEF$ uczeń ma wykreślić wszystkie przekątne. Ma on do dyspozycji trzy kredki: czerwoną, czarną i niebieską. Liczba różnych rysunków różniących się układem kolorów, które może wykonać uczeń, jest równa

- A. 15 B. 120 C. 504 D. 3^9

Zadanie 12 (2pkt.). Z czterech identycznych kul o promieniu 1,5 zbudowano piramidę w taki sposób, że trzy kule umieszczono na płaskim podłożu tak, by się stykały, a na nich położono czwartą kulę. Wysokość powstałej w ten sposób piramidy jest równa

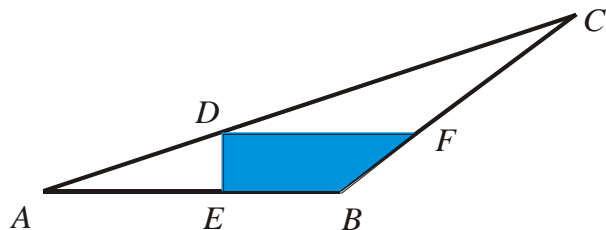
- A. $\sqrt{6}$ B. $3 + \sqrt{3}$ C. $3 + \sqrt{6}$ D. $6\sqrt{3}$

Zadania otwarte

Zadanie 13 (3 pkt.). Udowodnij, że jeśli a i b są liczbami całkowitymi dodatnimi takimi, że $b \leq a$ i $2 \cdot a^3 + 1 \cdot b + 2 = 2012$, to $a = b = 10$.

Zadanie 14 (5 pkt.). Bolek wypisał na kartce 2012 wyrazów ciągu arytmetycznego $2, 9, 16, \dots$, zaś Lolek wypisał na kartce 2012 wyrazów ciągu arytmetycznego $3, 7, 11, \dots$. Ile liczb napisanych przez Bolka znajduje się na kartce Lolka?

Zadanie 15 (7 pkt.). W trójkącie rozwartokątnym ABC o polu równym 7,5 dane są $|AB| = |CB| = 5$. W trójkąt ten wpisano trapez prostokątny $EBFD$ tak jak na rysunku. Przy jakiej wysokości trapezu jego pole jest największe?



Zadanie 16 (6 pkt.). W okrąg wpisano czworokąt wypukły $ABCD$ taki, że jego przekątna AC leży na średnicy okręgu, a druga przekątna BD i bok DC są takiej samej długości. Punkt P przecięcia się przekątnych czworokąta jest tak położony, że długość odcinka AP stanowi $\frac{3}{5}$ promienia okręgu. Zapisz długość boku AB w zależności od promienia okręgu.

Karta odpowiedzi

Podpisz kartę odpowiedzi.

Imię.....

Nazwisko.....

Szkoła.....

Miejscowość.....

Instrukcja do karty odpowiedzi

Odpowiedzi do zadań zamkniętych (**A**, **B**, **C** lub **D**) wpisz tylko do poniższej tabeli w pierwszym wierszu pod numerem odpowiedniego zadania. Jeśli się pomyliłeś, to przekreśl błędną odpowiedź i napisz poprawną odpowiedź w wierszu poniżej.

Np. Jeśli pomyliłeś się pisząc

25.
A

to możesz dokonać poprawki

25.
A
C

Każdą z odpowiedzi możesz poprawić tylko jeden raz.

Życzymy powodzenia.

Karta odpowiedzi

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.