Konkurs dla gimnazjalistów
Etap II
8 lutego 2017 roku

Instrukcja dla ucznia

1. W zadaniach o numerach od 1. do 15. są podane cztery warianty odpowiedzi: A, B, C, D. Dokładnie jedna z nich jest poprawna. Poprawne odpowiedzi do tych zadań wpisz na karcie odpowiedzi. Karta odpowiedzi jest podana na stronie 8.
2. W czasie konkursu nie wolno używać kalkulatora ani tablic ze wzorami.
3. Czas przeznaczony na rozwiązanie zadań wynosi 90 minut.
4. Możesz uzyskać maksymalnie 30 punktów.
5. Nie podpisuj pracy.
6. Arkusz liczy 8 stron.

Życzymy powodzenia
Organizatorzy

Zadanie 1 (2pkt.). Rozważmy dwa działania określone wzorami $x \otimes y = x^2 + y$ i $x \oplus y = x + y - 1$. Wtedy $(2 \oplus 1) \otimes 3 =$

A. 3; B. 5; C. 7; D. 9.

Zadanie 2 (2pkt.). W roku przestępnym miesiąc luty liczy 29 dni, w roku nieprzestępnym w lutym jest 28 dni. Załóżmy, że dziś jest środa, 8 lutego roku *X*. W latach $X+3$, $X+6$, $X+9$ w dniu 8 lutego będzie odpowiednio niedziela, czwartek, niedziela. Przyjmujemy, że w rozważanym okresie rok przestępny wypada co cztery lata. Wynika stąd, że rokiem przestępnym jest

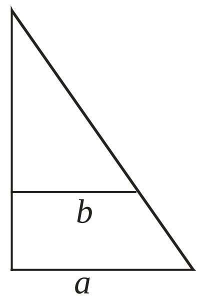
A. X; B. $X+1$; C. $X+2$; D. $X+3$.

Zadanie 3 (2pkt.). Ostatnią cyfrą liczby 2017^{2016} jest cyfra

A. 1; B. 3; C. 7; D. 9.

Zadanie 4 (2pkt.). W danym trójkącie prostokątnym o podstawie długości *a* poprowadzono odcinek od długości *b* równoległy do tej podstawy (jak na rysunku). W ten sposób dany trójkąt został podzielony na dwie figury o takich samych (równych) polach. Wynika stąd, że $a =$

A. $\sqrt{2}b$; B. $\sqrt{3}b$; C. $2b$; D. $\sqrt{5}b$.



Brudnopis

Zadanie 5 (2pkt.). Bok ośmiokąta foremnego *ABCDEFGH* ma długość $2-\sqrt{2}$. Pole kwadratu *ACEG* jest równe

A. $4-\sqrt{2}$; B. $4+\sqrt{2}$; C. $4-2\sqrt{2}$; D. $4+2\sqrt{2}$.

Zadanie 6 (2pkt.). Na płaszczyźnie dany jest pięciokąt o kolejnych wierzchołkach $(7,3),(10,3),(10,5),(9,5),(9,6)$. Punkt kratowy, to taki punkt płaszczyzny, którego obie współrzędne są liczbami całkowitymi. Liczba wszystkich trójkątów prostokątnych, zawartych w danym sześciokącie, których wierzchołki są punktami kratowymi i przyprostokątne są równoległe do osi układu współrzędnych, jest równa

A. 29; B. 30; C. 31; D. 32.

Zadanie 7 (2pkt.). Ciało w pierwszej minucie przemieszczało się z prędkością *V*. W ciągu kolejnych dwóch minut z prędkością 0,5*V*, podczas następnych trzech minut poruszało się z prędkością $\frac{V}{3}$, a w ciągu ostatnich czterech minut z prędkością 0,25*V*. Średnia prędkość ciała była równa

A. 0,1*V*; B. 0,2*V*; C. 0,3*V*; D. 0,4*V*.

Zadanie 8 (2pkt.). Na przyjęciu było *n* osób z czego tylko 5 osób znało się już wcześniej. Podczas powitania zapoznało się dokładnie 11 par. Wynika stąd, że $n =$

A. 7; B. 8; C. 9; D. 10.

Brudnopis

Zadanie 9 (2pkt.). Stosunek powierzchni całkowitej dwóch czworościanów foremnych jest równy 4. Wynika stąd, że stosunek ich objętości jest równy

A. 2; B. 4; C. 6; D. 8.

Zadanie 10 (2pkt.). W jednym z trójkątów prostokątnych miary kątów ostrych są równe α_1, β_1, a w drugim trójkącie prostokątnym miary kątów ostrych wynoszą α_2, β_2. Wiadomo że stosunek miar α_1 do α_2 jest równy $\frac{4}{5}$, a jedna z miar β_1, β_2 jest dwa razy większa od drugiej. Wtedy $\alpha_1 + \alpha_2 =$

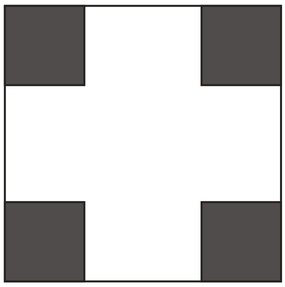
A. 90^0; B. 120^0; C. 135^0; D. 150^0.

Zadanie 11 (2pkt.). Początek układu współrzędnych oraz punkty przecięcia prostej o równaniu $15x + 8y = 120$ i osi układu współrzędnych, są wierzchołkami trójkąta. Suma długości wysokości tego trójkąta jest równa

A. $25\frac{16}{17}$; B. $26\frac{2}{17}$; C. $27\frac{15}{17}$; D. $30\frac{1}{17}$.

Zadanie 12 (2pkt.). W rogach kwadratu o boku 7 umieszczono cztery kwadraty o boku 2 (tak jak na rysunku). W części dużego kwadratu, niezajętej przez zacieniowane kwadraty, umieszczamy kolejny kwadrat. Maksymalne pole tego kwadratu jest równe

A. 9; B. 12,5; C. 18; D. 24,5.



Brudnopis

Brudnopis

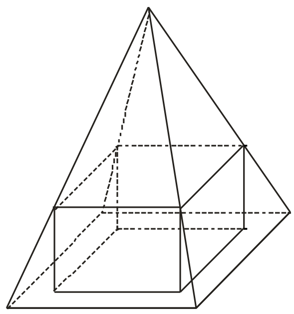
Zadanie 13 (2pkt.). Jednym z rozwiązań równania $2a+3b=100$ w liczbach całkowitych dodatnich, jest para $a=2, b=32$. Liczba wszystkich rozwiązań tego równania w liczbach całkowitych dodatnich takich, że $a<b$ jest równa

A. 5; B 6; C 7; D. 8.

Zadanie 14 (2pkt.). Liczba $3n^2$ ma 10 różnych dzielników (w tym dzielnik 1 i liczba $3n^2$). Wynika stąd, że liczba dzielników liczby $3n^3$ jest równa

A. 12; B 14; C 16; D. 18.

Zadanie 15 (2pkt.). W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym o krawędzi podstawy równej 6, umieszczono sześcian w taki sposób, że jedna z jego ścian leży na podstawie ostrosłupa, a cztery krawędzie przeciwległej ściany leżą na ścianach bocznych tego ostrosłupa (tak jak na rysunku obok, na którym nie zostały zachowane odpowiednie proporcje). Każdy wierzchołek tego sześcianu, leżący na krawędzi bocznej ostrosłupa, dzieli tę krawędź w stosunku 2:1. Największa objętość sześcianu spełniającego warunki zadania jest równa



A. 8; B 32; C 64; D. 72.

Brudnopis

Brudnopis

Instrukcja

Odpowiedzi do zadań zamkniętych (**A**, **B**, **C** lub **D**) wpisz tylko do poniższej tabeli w pierwszym wierszu pod numerem odpowiedniego zadania. Jeśli pomyliłeś się, to przekreśl błędną odpowiedź i napisz poprawną odpowiedź w wierszu poniżej.

Np. Jeśli pomyliłeś pisząc

25.
A

to możesz dokonać poprawki

25.
~~**A**~~
C

Każdą z odpowiedzi możesz poprawić tylko jeden raz.

Życzymy powodzenia.

Karta odpowiedzi

1.	**2.**	**3.**	**4.**	**5.**	**6.**	**7.**	**8.**	**9.**	**10.**	**11.**	**12.**	**13.**	**14.**	**15.**