Konkurs dla gimnazjalistów
Etap II
14 lutego 2013 roku

Instrukcja dla ucznia

1. W zadaniach o numerach od 1. do 15. są podane cztery warianty odpowiedzi: A, B, C, D. Dokładnie jedna z nich jest poprawna. Poprawne odpowiedzi do tych zadań wpisz na karcie odpowiedzi. Karta odpowiedzi jest podana na stronie 8.
2. W czasie konkursu nie wolno używać kalkulatora ani tablic ze wzorami.
3. Czas przeznaczony na rozwiązanie zadań wynosi 90 minut.
4. Możesz uzyskać maksymalnie 30 punktów.
5. Nie podpisuj pracy.
6. Arkusz liczy 8 stron.

Życzymy powodzenia
Organizatorzy

Zadanie 1 (2pkt.). Na Uniwersytecie Łódzkim liczba wszystkich studiujących w ostatnim roku akademickim zmalała o 20%. W tym samym czasie liczba studentek wzrosła z 60% do 70% całej społeczności studenckiej. Liczba studentek:

A. wzrosła o 10%; B. wzrosła o $6\frac{2}{3}\%$; C. zmalała o $6\frac{2}{3}\%$; D. zmalała o 8%.

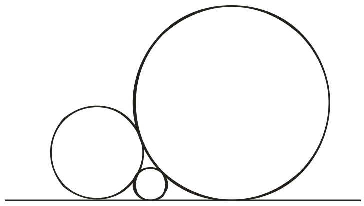
Zadanie 2 (2pkt.). Wśród liczb $a-7$, $a-4$, $a+3$, $a+5$, $a+8$ są co najmniej trzy podzielne przez 3 i co najmniej trzy podzielne przez 5. Liczba liczb podzielnych przez 15 jest równa

A. 1; B. 2; C. 3; D. 4.

Zadanie 3 (2pkt.). Największa liczba naturalna *n*, taka że iloczyn $1\cdot 2\cdot 3\cdot\ldots\cdot 27\cdot 28$ dzieli się przez 6^n jest równa.

A. 10; B. 11; C. 12; D. 13.

Zadanie 4 (2pkt.). Każde dwa z trzech okręgów są do siebie zewnętrznie styczne, a wszystkie trzy są styczne do tej samej prostej. Promień najmniejszego z nich jest równy *x*, a promienie dwóch pozostałych są równe 4 i 9. Wynika stąd, że *x* jest równy



A. 1; B. 1,44; C. 1,76; D. 2.

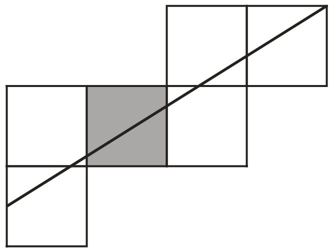
Brudnopis

Zadanie 5 (2pkt.). 13. Jeżeli (x, y) jest taką parą liczb, że $x - y$ jest liczbą całkowitą i $(x-y)^2 = x + y$, to

A. liczby x i y są całkowite
B. przynajmniej jedna z liczb x, y może być ułamkiem właściwym;
C. przynajmniej jedna z liczb x, y może być liczbą niewymierną;
D. istnieje skończona liczba par (x, y) spełniających podane warunki.

Zadanie 6 (2pkt.). Odcinek dzieli figurę złożoną z sześciu jednakowych kwadratów na dwie figury o takich samych polach. Odcinek ten dzieli pole zacieniowanego kwadratu w stosunku

A. $\frac{1}{3}$; B. $\frac{3}{5}$; C. $\frac{7}{9}$; D. $\frac{8}{11}$.



Zadanie 7 (2pkt.). Rzemieślnik postanowił unowocześnić swój park maszynowy. Jeżeli kupi maszynę firmy X, to detal A wykona 10 razy szybciej, detal B – 12 razy szybciej, detal C – 15 razy szybciej, a detal D – 20 razy szybciej niż obecnie. Jeżeli kupi maszynę firmy Y, to detal A wykona 12 razy szybciej, detal B – 6 razy szybciej, detal C – 4 razy szybciej, a detal D – 3 razy szybciej niż obecnie. Po zakupie maszyny firmy X wykonanie po jednym z czterech różnych produkowanych detali zabierze mu łącznie 2 godziny czasu, a po zakupie maszyny firmy Y – 4 godziny czasu. Obecnie wykonanie po jednym z czterech różnych detali zajmuje mu

A. 12 godz. B. 16 godz. C. 20 godz. D. 24 godz.

Zadanie 8 (2pkt.). Liczba $\underbrace{33\ldots3}_{p\ razy}\underbrace{22\ldots2}_{q\ razy}\underbrace{11\ldots1}_{r\ razy}$ jest podzielna przez 9. Wtedy liczba $2q + r$ jest

A. podzielna przez 9; B. podzielna przez 3; C. parzysta D. nieparzysta.

Brudnopis

Zadanie 9 (2pkt.). Dwa ciała poruszają się w tym samym kierunku po torze zamkniętym o długości 560 m i spotykają się co 28 minut. Gdyby ciała te poruszały się w kierunkach przeciwnych z tymi samymi prędkościami, to spotykałyby się co 4 minuty. Prędkość jednego z tych ciał wynosi

A. 50 m/min. B. 80 m/min. C. 100 m/min. D. 120 m/min.

Zadanie 10 (2pkt.). Janek pił czekoladę z pełnej filiżanki w następujący sposób: wypił trochę, następnie znowu trochę wypił i znowu wypił część pozostałej czekolady itd. …, przy czym za każdym razem wypijał dwa razy mniej czekolady niż poprzednio. Gdy chciał wypić za szóstym razem okazało się, że szklanka jest już pusta. Jaką część filiżanki czekolady wypił za pierwszym razem?

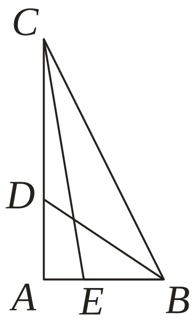
A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{17}{32}$ C. $\frac{16}{31}$ D. $\frac{8}{15}$

Zadanie 11 (2pkt.). Pięć kul ponumerowanych liczbami 1, 2, 3, 4 i 5 ułożono „jedna za drugą". Liczba sposobów na które dwie inne kule o numerach 6 i 7 można dołożyć do tych kul tak, aby wszystkie były ułożone „jedna za drugą", jest równa

A. 15; B. 21; C. 30; D. 42.

Zadanie 12 (2pkt.). W trójkącie prostokątnym *ABC*, kąt przy wierzchołku *A* jest prosty, a punkty *D* i *E* zostały tak wybrane, aby długość odcinka *DA* była równa połowie długości *DC* i długość odcinka *AE* była równa połowie długości *BE*. Odcinek *BD* ma długość 3, a odcinek *CE* ma długość 4. Wynika stąd, że przeciwprostokątna tego trójkąta ma długość

A. $\frac{\sqrt{10}}{2}$; B. $\sqrt{10}$; C. $\frac{3}{2}\sqrt{10}$; D. $2\sqrt{10}$.



Brudnopis

Brudnopis

Zadanie 13 (2pkt.). Trójkąt równoboczny podzielono za pomocą prostych równoległych do jego boków na 16 przystających trójkątów równobocznych o polu równym 1. Następnie zmazano wszystkie proste i odcinki, zostawiając tylko wierzchołki tych 16 trójkątów. Liczba trójkątów równobocznych o polu większym od 1, których wierzchołki znajdują się w pozostawionych punktach jest równa

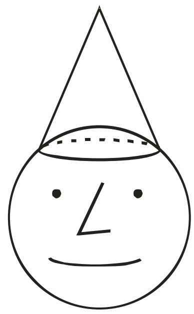
A. 10; B. 13; C. 18; D. 19

Zadanie 14 (2pkt.). Suma $\frac{1}{\sqrt{0}+\sqrt{1}}+\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\ldots+\frac{1}{\sqrt{2013}+\sqrt{2014}}$ jest równa

A. $\sqrt{2014}-1$; B $\sqrt{2014}+1$ C $\sqrt{2014}$ D. $\sqrt{2014}-\sqrt{2013}$

Zadanie 15 (2pkt.). Na głowę pajaca w kształcie kuli o średnicy 30 nałożono czapkę w kształcie stożka (bez dolnej podstawy stożka) o promieniu podstawy równym 10 i tworzącej równej 26. Wysokość głowy pajaca wraz z czapką jest równa

A. $24+5\sqrt{5}$; B. 54; C. $39+5\sqrt{5}$; D. 45.



Brudnopis

Brudnopis

Instrukcja

Odpowiedzi do zadań zamkniętych (**A**, **B**, **C** lub **D**) wpisz tylko do poniższej tabeli w pierwszym wierszu pod numerem odpowiedniego zadania. Jeśli pomyliłeś się, to przekreśl błędną odpowiedź i napisz poprawną odpowiedź w wierszu poniżej.

Np. Jeśli pomyliłeś pisząc

25.
A

to możesz dokonać poprawki

25.
~~**A**~~
C

Każdą z odpowiedzi możesz poprawić tylko jeden raz.

Życzymy powodzenia.

Karta odpowiedzi

1.	**2.**	**3.**	**4.**	**5.**	**6.**	**7.**	**8.**	**9.**	**10.**	**11.**	**12.**	**13.**	**14.**	**15.**